TD 2 : Dynamique dans un référentiel non galiléen

Exercice 1 : Force de Coriolis sur un train

Un train à grande vitesse, de masse m = $7{,}8.10^5$ kg, circule du nord vers le sud entre Lyon et Avignon à la vitesse constante V = 300 $km.h^{-1}$; à l'instant considéré il se trouve à la hauteur de Valence à la latitude $\lambda = 45°$ nord. Au point P où se situe le train, on définit une base orthogonale $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ avec $\overrightarrow{e_x}$ vers l'est, $\overrightarrow{e_y}$ vers le nord et $\overrightarrow{e_z}$ vers le zénith.

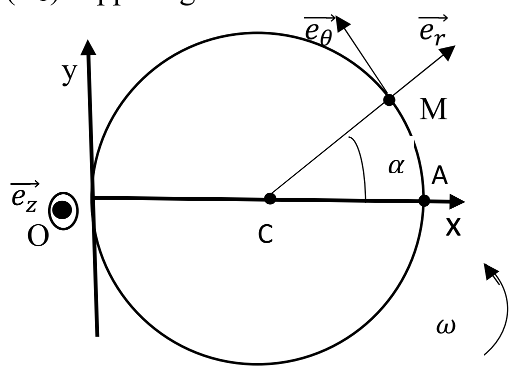
1. Faire un schéma où apparaissent la terre (en coupe), la base ci –dessus au point P, le vecteur vitesse du train et le vecteur rotation de la terre $\vec{\Omega}$.
2. Déterminer la force de Coriolis qui s'exerce sur le train dans le référentiel terrestre, et comparer sa norme à celle du poids du train. On donne $\Omega = 7{,}3.10^{-5} rad.s^{-1}; g = 9.8 m.s^{-2}$.
3. Faire un schéma local du train, vu de l'arrière, et représenter les différentes forces subies. Lequel des deux rails du train s'use le plus ? Qu'est-ce qui change quand le train va vers le nord ?

Exercice 2 : Oscillation en référentiel tournant

Un anneau circulaire horizontal, de centre C et de rayon r, est soudé en un point O à une tige verticale, confondue avec l'axe (Oz) du référentiel terrestre (R_T) supposé galiléen.

A partir de l'instant t = 0, on fait tourner cet anneau par rapport à (R_T), à la vitesse angulaire ω constante, autour de (Oz). Une perle de masse m, assimilable à un point matériel M, peut coulisser sans frottement sur l'anneau ; on note α l'angle entre $\overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{CM}$. A $t = 0^+$, M se trouve au point A (tel que $\alpha = 0$), et sa vitesse par rapport à (R_T) est encore nulle.

On note $\vec{g} = -g\overrightarrow{e_z}$ l'accélération de la pesanteur.



1. a) Le référentiel (R) lié à l'anneau est-il galiléen ?

b) Faire la liste complète des forces qui s'exercent sur M dans (R) , et donner les composantes de ces forces dans la base cylindrique $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\alpha}, \overrightarrow{e_z})$.

On pourra utiliser $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CM}$.

2. Ecrire le principe fondamental de la dynamique pour M dans ce référentiel, et en déduire que l'équation différentielle vérifiée par $\alpha(t)$ est de la forme : $\ddot{\alpha} + \omega^2 sin\alpha = 0$.

3.a) Déterminer les positions d'équilibre de M dans (R).

b) Préciser leur stabilité en utilisant l'équation différentielle précédente.

4.a) On suppose maintenant $\alpha \ll 1\, rad$ (petites oscillations). Déterminer alors complètement la solution $\alpha(t)$ en tenant compte des conditions initiales.

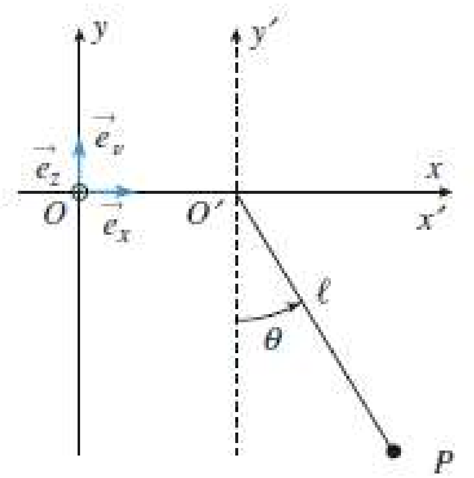
b) Montrer que la solution trouvée est en réalité incompatible avec l'hypothèse des petites oscillations. A-t-on surestimé ou sous-estimé $sin\alpha$ (en valeur absolue) ? En déduire si l'amplitude réelle des oscillations est plus grande ou plus petite que celle calculée à la question précédente.

5.a) Exprimer l'énergie potentielle totale et l'énergie cinétique de M dans (R), en fonction de $\alpha, \dot{\alpha}$ et des paramètres du système.

b) En appliquant le théorème de l'énergie mécanique, retrouver l'équation différentielle précédente.

Exercice 3

On désigne par $\mathcal{R}'(\mathbf{O'x'y'z'})$ un repère d'origine O' dont les axes orthogonaux O'x', O'y' et O'z' sont respectivement parallèles aux axes Ox, Oy et Oz d'un repère $\mathcal{R}(\mathbf{Oxyz})$ que l'on supposera galiléen. Un pendule simple est constitué d'un point matériel P de masse m, suspendu à l'origine O' de $\mathcal{R}'$ par un fil sans masse ni raideur et de longueur ℓ. On note θ l'angle que fait le fil, que l'on supposera constamment tendu, avec la verticale Oy de $\mathcal{R}$ (cf. figure ci-dessous). Dans un premier temps, l'origine O' de $\mathcal{R}'$ reste fixe et confondue avec l'origine O de $\mathcal{R}$.



1. Quelle doit être la longueur ℓ du fil pour que la période des petits mouvements du pendule soit T_0 = 1s ? On prendra pour norme de l'accélération de la pesanteur $\vec{g} = -g\vec{e}_y$, la valeur de g = 9,8 m.s^{-2}.
2. Le repère $\mathcal{R}'$ est maintenant animé d'un mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré d'accélération constante $\vec{a} = a\vec{e}_x$.
   Calculer le moment $\mathcal{M}_{O'}(\vec{F}_{ie})$ par rapport au point O' de la force d'inertie d'entrainement $\vec{F}_{ie}$ qui s'applique au point P dans le référentiel $\mathcal{R}'$.
3. Calculer le moment $\mathcal{M}_{O'}(\vec{F}_{iC})$ par rapport au point O' de la force d'inertie de Coriolis $\vec{F}_{iC}$ qui s'applique au point P dans le référentiel $\mathcal{R}'$.
4. Déduire du théorème du moment cinétique appliqué en O' dans $\mathcal{R}'$ au point matériel P l'équation différentielle à laquelle obéit l'angle θ.
5. Retrouver cette équation différentielle à partir de la relation fondamentale de la dynamique dans $\mathcal{R}'$.

6. Déterminer la valeur θ_0 de l'angle θ correspondant à la position d'équilibre du pendule.
7. Exprimer la période T des petits mouvements autour de la position d'équilibre θ_0 en fonction de ℓ, a et g.

Exercice 4

On assimile la terre à un astre sphérique homogène de rayon **R = 6 371 km**, de masse $\mathbf{M_T = 5{,}977.10^{24}}$ **kg**, en rotation uniforme de période $\boldsymbol{T = \frac{2\pi}{\Omega} = 86164\ s}$ dans le référentiel géocentrique (considéré comme galiléen) autour de l'axe de ses pôles. On s'intéresse au champ de pesanteur en un point M situé à la surface de la terre à la latitude λ.

1. Après avoir défini le poids d'un point M de masse m en prenant en compte le caractère non galiléen du référentiel terrestre, donner la relation entre le champ de gravitation $\vec{\mathcal{G}}(M)$, le champ d'inertie d'entrainement défini par $\vec{\mathcal{G}}_{ie} = -\overrightarrow{a_e}(M)$ (où $\overrightarrow{a_e}(M)$ est l'accélération d'entrainement au point M) et le champ de pesanteur $\vec{g}(M)$. Sur un schéma de la terre vue en coupe, représenter ces trois vecteurs au point M. Que se passe-t-il en particulier aux pôles et à l'équateur ?

2.a. Donner l'expression de g, la norme de $\vec{g}(M)$, en fonction de Ω, λ, R et de la constante de gravitation universelle $\mathbf{G = 6{,}674.10^{-11}\ m^3kg^{-1}s^{-2}}$. En donner les valeurs numériques en un point de l'équateur, aux pôles et pour **λ = 44,95**°.
Calculer aussi la valeur de $\mathcal{G}_{ie}$, la norme de $\vec{\mathcal{G}}_{ie}$ aux mêmes lieux. Que peut-on en conclure?

2.b. L'intensité réelle du champ de pesanteur varie de $\mathbf{g = 9{,}780\ m.s^{-2}}$ à l'équateur à $\mathbf{g = 9{,}832\ m.s^{-2}}$ aux pôles. Proposer une explication de cette différence avec les valeurs trouvées précédemment.

3. On s'intéresse maintenant à la direction de ces trois champs et on note α l'angle non orienté entre les vecteurs $\vec{\mathcal{G}}$ et $\vec{g}$.

3.a. Quels sont les lieux de la surface terrestre pour lesquels α = 0?

3.b. Donner l'expression de cosα puis de α en fonction de g, de $\mathcal{G}$ la norme de $\vec{\mathcal{G}}$, de λ et de $\mathcal{G}_{ie}$. On pourra utiliser la propriété $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|cos(\vec{u},\vec{v})$.

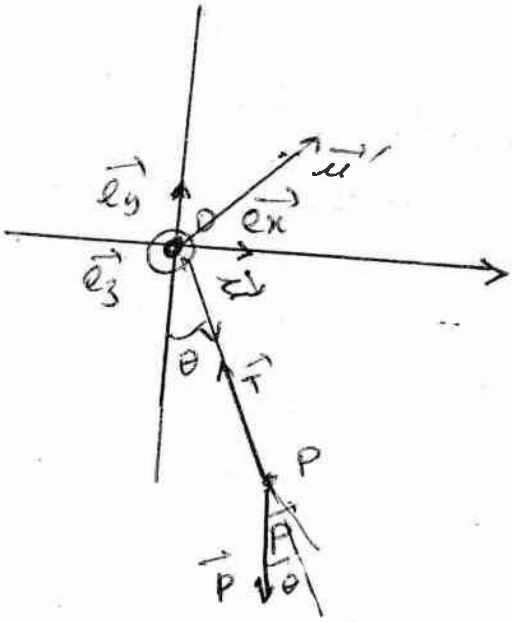
4. On note d la distance entre la verticale locale du lieu (donnée par la direction de $\vec{g}$) et le centre de la terre O.

4.a. Donner l'expression de d en fonction de α et de R. Quels sont les lieux à la surface de la terre pour lesquels la verticale locale passe exactement par le centre de la terre ?

4.b. Une étude détaillée de la relation donnant α montre que cet angle est maximal pour $\boldsymbol{\lambda_0 = 44{,}95°}$. Calculer α_0, la valeur de ce maximum, et d_0, la valeur maximale de d. Commenter.

TD N°1 BIS : MECANIQUE

Exercice 3



Equation differentielle :

système {P}

$$\vec{OP} = l\vec{u}$$

$$\vec{v} = l\dot{\theta}\vec{u}'$$

$$\vec{L_o} = l\vec{u} \wedge ml\dot{\theta}\vec{u}'$$

$$\vec{L_o} = ml^2\dot{\theta}\,\vec{e_3}$$

$$\frac{d\vec{L_o}}{dt} = ml^2\ddot{\theta}\,\vec{e_3}$$

$$\vec{M}_o(\vec{T}) = \vec{OP} \wedge \vec{T} = \vec{0}$$

$$\vec{M}_o(\vec{P}) = \vec{OP} \wedge m\vec{g}$$

$$\vec{M}_o(\vec{P}) = l\vec{u} \wedge (mg\cos\theta\,\vec{u} - mg\sin\theta\,\vec{u}')$$

$$\vec{M}_o(\vec{P}) = -mgl\sin\theta\,\vec{e_3}$$

$$\vec{F_{ie}} = m\omega^2\vec{OP} = m\dot{\theta}^2\vec{OP} \Rightarrow \vec{M}_o(\vec{F_{ie}}) = \vec{OP} \wedge m\omega^2\vec{OP}$$

$$\vec{M}_o(\vec{F_{ie}}) = \vec{0}$$

$$\vec{F_{ic}} = -2m\,\vec{\omega} \wedge \vec{V_r} = \vec{0} \quad (\vec{V_r} = \vec{0})$$

$$ml^2\ddot{\theta}\,\vec{e_3} = -mgl\sin\theta\,\vec{e_3}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

pour de petits mouvement $\sin\theta \simeq \theta$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0 \Rightarrow T_o = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

<u>Determiner l.</u>

$$l = \frac{T_o^2}{4\pi}g \qquad l = 0{,}25\,m.$$

Méthode 2

Système {P}

$\vec{v} = l\dot{\theta}\vec{u}'$

$\vec{a}_{P/R} = l\ddot{\theta}\vec{u}' - l\dot{\theta}^2\vec{u} = \vec{a}$

$\vec{P} = mg(\cos\theta\,\vec{u} - \sin\theta\,\vec{u}'$

$\vec{T} = -T\vec{u}$ $\vec{a_r} = \vec{0}$ (P fixe dans R')

$\vec{F_{ie}} = -m\vec{a}$ $\vec{V_r} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\vec{F_{ic}} = \vec{0}$

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F_{ie}} + \vec{F_{ic}} = \vec{0}$

$\vec{P} + \vec{T} - m\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$

$m(l\ddot{\theta}\vec{u}' - l\dot{\theta}^2\vec{u}) = mg(\cos\theta\,\vec{u} - \sin\theta\,\vec{u}') - T\vec{u}$

projection sur $\vec{u}'$.

$ml\ddot{\theta} = -mg\sin\theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$

θ petit $\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$

2) R' est animé d'un mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré : $\vec{a} = a\vec{e_x}$

Moment de $\vec{F_{ie}} = -ma\vec{e_x}$

$\vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{F_{ie}}) = \vec{O'P} \wedge -ma\vec{e_x} = -mla(\sin\theta\,\vec{e_x} - \cos\theta\,\vec{e_y}) \wedge \vec{e_x}$

$\vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{F_{ie}}) = -mal\cos\theta\,\vec{e_z}$

3- Moment de la force d'inertie de Coriolis

$\vec{F_{ic}} = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{V}_{P/R'} = \vec{0}$ $(\vec{\omega} = \vec{0})$

$\vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{F_{ic}}) = \vec{0}$

4- Théorème du moment cinétique

$\frac{d\vec{L_{O'}}}{dt} = \vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{P}) + \vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{T}) + \vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{F_i}) + \vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{F_{ic}})$

(O' fixe dans R').

$\vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{P}) = \vec{O'P} \wedge \vec{P} = -mgl\sin\theta\,\vec{e_z}$

$\vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{T}) = 0$

$$\vec{L}_{O'} = l\vec{u} \wedge m l \dot{\theta} \vec{u}' = m l^2 \dot{\theta} \vec{e_3}$$ ③

$$\frac{d\vec{L}_{O'}}{dt} = m l^2 \ddot{\theta} \vec{e_3}$$

$$m l^2 \ddot{\theta} = -m a l \cos\theta - m g l \sin\theta$$

$$\ddot{\theta} + \frac{a}{l}\cos\theta + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

5- Détermination de l'équation différentielle à partir de la relation fondamentale de la dynamique dans R'.

$$m\vec{a_r} = \vec{P} + \vec{T} - m a \vec{e_x} - 2m\vec{\omega} \wedge \vec{V_r} \quad (\vec{\omega} = \vec{0})$$

$$m\vec{a_r} = \vec{P} + \vec{T} - m a \vec{e_x} \quad (\vec{a_r} : \text{accélération relati}$$

$$\vec{v_r} = l\dot{\theta}\vec{u}'$$

$$\vec{a_r} = l\ddot{\theta}\vec{u}' - l\dot{\theta}^2\vec{u}$$

$$m l(\ddot{\theta}\vec{u}' - \dot{\theta}^2\vec{u}) = m g(\cos\theta\,\vec{u} - \sin\theta\,\vec{u}') - T\vec{u} - m a(\cos\theta\ldots$$
$$+\sin\theta\,\vec{u}\ldots$$

projection sur $\vec{u}'$

$$m l\ddot{\theta} = -m g\sin\theta - m a\cos\theta$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta + \frac{a}{l}\cos\theta = 0$$

6) Equilibre du pendule : $\ddot{\theta} = 0$

$$\frac{g}{l}\sin\theta_0 + \frac{a}{l}\cos\theta_0 = 0 \Rightarrow g\sin\theta_0 + a\cos\theta_0 = 0$$

$$\tan\theta_0 = -\frac{a}{g} \Rightarrow \theta_0 = -\arctan\left(\frac{a}{g}\right).$$

7- Expression de la ~~petite~~ période T pour les petits mouvement autour de θ_0 $\quad \theta = \theta_0 + \varepsilon$.

$$\cos(\theta_0 + \varepsilon) = \cos\theta = \cos\varepsilon\cos\theta_0 - \sin\varepsilon\sin\theta_0 = \cos\theta_0 - \varepsilon\sin\theta_0$$

$$\sin\theta = \sin(\theta_0 + \varepsilon) = \cos\varepsilon\sin\theta_0 + \sin\varepsilon\cos\theta_0 = \sin\theta_0 + \varepsilon\cos\theta_0$$

$$\ddot{\theta}_0 + \ddot{\varepsilon} + \frac{g}{\ell}\sin\theta_0 + \frac{g}{\ell}\varepsilon\cos\theta_0 + \frac{a}{\ell}\cos\theta_0 - \frac{a}{\ell}\varepsilon\sin\theta_0 = 0$$ 4

Or on $\frac{g}{\ell}\sin\theta_0 + \frac{a}{\ell}\cos\theta_0 = 0$ et $\ddot{\theta}_0 = 0$

$$\ddot{\varepsilon} + \left(\frac{g}{\ell}\cos\theta_0 - \frac{a}{\ell}\sin\theta_0\right)\varepsilon = 0$$

$$\ddot{\varepsilon} + \frac{\cos\theta_0}{\ell}\left(g - a\tan\theta_0\right)\varepsilon = 0$$

$$\ddot{\varepsilon} + \frac{\cos\theta_0}{\ell}\left(g + \frac{a^2}{g}\right)\varepsilon = 0$$

$$\tan\theta_0 = \frac{\sin\theta_0}{\cos\theta_0} = -\frac{a}{g} \Rightarrow \sin\theta_0 = -\frac{a}{g}\cos\theta_0$$

$$\cos^2\theta_0 + \sin^2\theta_0 = 1 \Rightarrow \cos^2\theta_0 + \frac{a^2}{g^2}\cos^2\theta_0 = 1$$

$$\cos^2\theta_0\left(1 + \frac{a^2}{g^2}\right) = 1 \Rightarrow \cos^2\theta_0 = \frac{g^2}{a^2+g^2}$$

$$\cos\theta_0 = \frac{g}{\sqrt{a^2+g^2}}$$

$$\ddot{\varepsilon} + \frac{g}{\ell\sqrt{a^2+g^2}}\left(g + \frac{a^2}{g}\right)\varepsilon = 0$$

$$\ddot{\varepsilon} + \frac{a^2+g^2}{\ell\sqrt{a^2+g^2}}\varepsilon = 0$$

$$\boxed{\ddot{\varepsilon} + \frac{\sqrt{a^2+g^2}}{\ell}\varepsilon = 0}$$

$$\omega^2 = \frac{\sqrt{a^2+g^2}}{\ell} = \frac{4\pi^2}{T_0^2}$$

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2\ell}{\sqrt{a^2+g^2}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\left(\frac{\ell}{\sqrt{a^2+g^2}}\right)^{1/2}}$$

Correction du devoir de physique n°1

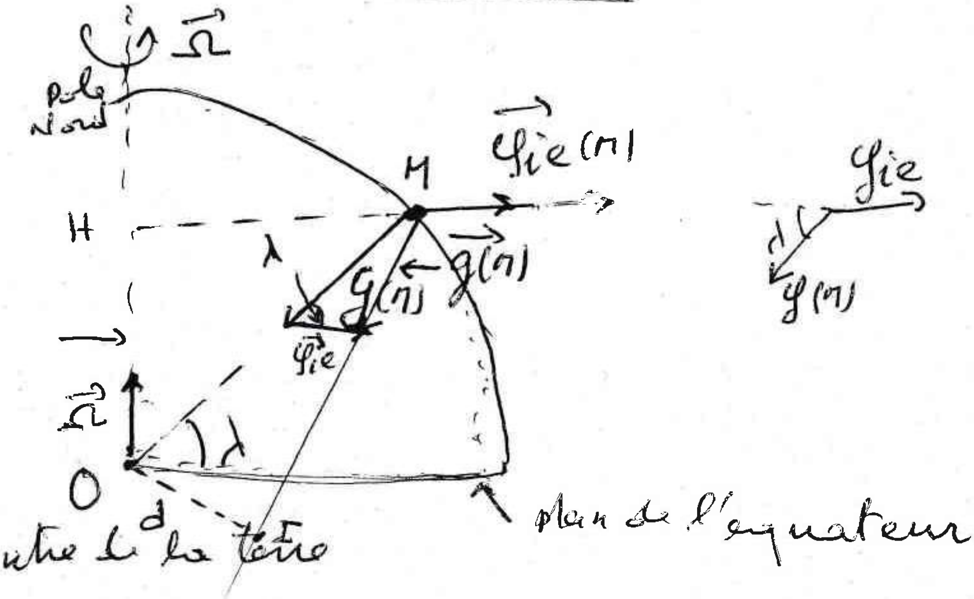
Exercice 1 (25 points)

1. Définition du poids

(1) Le poids d'un point matériel est $\vec{P} = \vec{F_g} + \vec{F_{ie}}$, où $\vec{F_g}$ est la force de gravitation et $\vec{F_{ie}}$ la force d'inertie d'entrainement due à la rotation de la terre autour de l'axe des pôles.

$\vec{P} = m\vec{g}(M)$; $\vec{F_g} = m\vec{\mathcal{G}}(M)$ et $\vec{F_{ie}} = m\vec{\mathcal{G}_i}(M)$

(2) $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{g}(M) = \vec{\mathcal{G}}(M) + \vec{\mathcal{G}_{ie}}}$



(1) Aux pôles, $\vec{\mathcal{G}_{ie}} = \vec{0}$ car $\mathcal{G}_{ie} = \omega^2 \vec{HM}$; $\vec{g}(M) = \vec{\mathcal{G}}(M)$

(1) A l'equateur, $\vec{\mathcal{G}_{ie}}$ et $\vec{\mathcal{G}}(M)$ sont colinéaire et de sens opposés.

2. Norme de $\vec{g}$

$$g^2 = \mathcal{G}^2 + \mathcal{G}_{ie}^2 + 2\vec{\mathcal{G}}\cdot\vec{\mathcal{G}_{ie}}$$

$$\mathcal{G} = \frac{GM_T}{R^2}, \quad \mathcal{G}_{ie} = \Omega^2 HM = \Omega^2 R_T \cos\lambda$$

$(\widehat{\vec{g}, \vec{\gamma}_{ie}}) = \pi - \lambda$

$$g^2 = \frac{G^2 M_T^2}{R^4} + R^2\Omega^4\cos^2\lambda + 2\frac{R\Omega^2 G M_T}{R^2}\cos(\pi-\lambda)\cos$$

(2)

$$\boxed{g = \sqrt{\Omega^2\cos^2\lambda\left(R^2\Omega^2 - 2\frac{GM_T}{R}\right) + \left(\frac{GM_T}{R^2}\right)^2}}$$

Les valeurs numériques demandées sont données dans le tableau ci-dessous.

Lieu	Equateur $\lambda=0$	pôles $(\lambda = \mp\frac{\pi}{2})$	$\lambda = 44,95°$
g $(m.s^{-2})$	9,794 (1)	9,828 (1)	9,811 (1)
γ_{ie} $(m.s^{-2})$	$3,4\ 10^{-2}$ (1)	0 (1)	$2,4\ 10^{-2}$ (1)

Conclusion:

La valeur de γ_{ie} est nulle aux pôles (le point M est sur l'axe de rotation, donc l'accélération d'entrainement est nulle) et maximale à l'équateur ($HM = R$ est alors maximal). On remarque que la valeur de γ_{ie} est faible devant celle de la pesanteur g, mais suffisante pour modifier celle-ci au troisième chiffre significatif. (1)

2.b par rapport à la valeur prévue par le modèle, la valeur réelle de g est :

- plus grande aux pôles ;
- plus faible à l'équateur.

cela est dû à l'aplatissement de la terre aux pôles (non pris en compte dans le modèle). Du fait de sa rotation propre, la terre a un rayon légèrement plus grand à l'équateur ($R_{max} = 6378$ k qu'aux pôles ($R_{min} = 6357$ km).

- A l'equateur, où $R_{max} > R$, $\mathcal{G}_{ie}$ est en réalité plus grand que dans le modèle alors que, parallèlement, $\mathcal{G}$ est plus petit. Donc $g = \mathcal{G} - \mathcal{G}_i$ est diminué.

(2)

- Au pôles, $\mathcal{G}_i$ reste ~~nulle~~ nul mais $\mathcal{G}$ augmente par rapport au modèle, car $R_{min} < R$. Par conséquent, $g = \mathcal{G}$ augmente aussi.

On peut résumer la situation par les inégalités

$$g_{réel}(\text{equateur}) < g_{modele}(\text{équateur}) < g_{modèle}^{(\text{pôles})} < g_{réel}^{(\text{pôles})}$$

L'écart $\Delta(g) = g(\text{pôles}) - g(\text{equateur})$ réel est plus important que ce que prévoit le modèle.

(1) 3.a L'angle α est nul lorsque $\mathcal{G}_i$ est nul (aux pôles). à l'équateur $\alpha = 0$ rad.

3.b.

$$\vec{g} \cdot \vec{\mathcal{G}} = (\vec{\mathcal{G}} + \vec{\mathcal{G}}_{ie}) \cdot \vec{\mathcal{G}} = \mathcal{G}^2 + \vec{\mathcal{G}}_i \cdot \vec{\mathcal{G}}$$

$$= \mathcal{G}^2 + \mathcal{G}_i \mathcal{G} \cos(\pi - \lambda)$$

$$\vec{g} \cdot \vec{\mathcal{G}} = \mathcal{G}^2 - \mathcal{G}_{ie} \mathcal{G} \cos\lambda \quad (1)$$

(1)

$$\vec{g} \cdot \vec{\mathcal{G}} = g \mathcal{G} \cos\alpha \quad (2) \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\mathcal{G} - \mathcal{G}_{ie} \cos\lambda}{g}$$

(1) $\alpha = \arccos\left(\dfrac{g - g_{ie}\cos\lambda}{g}\right)$

4-a. On considère le triangle OIM, rectangle en I (voir ~~plus~~ figure)

(1) $d = R\sin\alpha$

les lieux ~~où~~ de la surface de la terre où la verticale locale passe exactement par le centre de la terre $d = 0 \Rightarrow \sin\alpha = 0$

(2) $\alpha = 0$ ou $\alpha = \cancel{\pi}$ rad (équateur).
(poles)

4-b

~~$\alpha_0 =$~~ $\sin\alpha = \dfrac{d}{R}$; lieu où $\alpha = 0$

4.b) $g = \dfrac{M_T G}{R^2} = \dfrac{5{,}977\,10^{24} \times 6{,}674\,10^{-11}}{(6\,371\,000)^2}$

~~$g = 9{,}828\ m\,s^{-2}$~~ ~~lieu à $\alpha = 0$~~

$g = 9{,}82775\ m\,s^{-2}$

g

$\alpha_0 = \arccos\left(\dfrac{9{,}82775 - 2{,}4\,10^{-2}\cos 44{,}95°}{9{,}811}\right)$

(1) $\alpha_0 = 0{,}397° \simeq 0{,}4°$

$d_0 = R\sin\alpha_0 = 6371 \times \sin 0{,}4$

(1) $d_0 = 44{,}48\ km$

L'angle α_0 est relativement petit mais, du fait de la

(1) valeur assez grande du rayon de la terre (4/14)

la distance d_0 est loin d'être négligeable